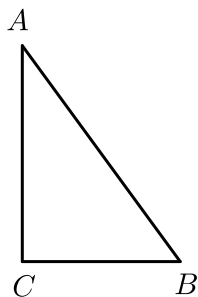


第2讲 圆的综合加油站

一、直线与圆的位置关系

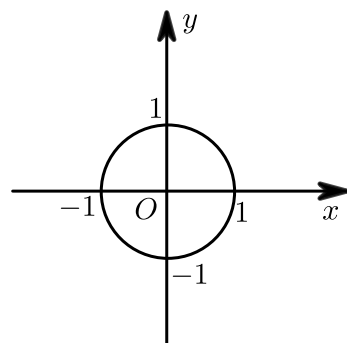
练习1

1. $\odot O$ 的半径为5, 圆心 O 到直线 l 的距离是方程 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 的一个根, 则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是_____.
2. 已知 $\odot O$ 的直径等于12cm, 圆心 O 到直线 l 的距离为5cm, 则直线 l 与 $\odot O$ 有_____个交点.
3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$, 以点 C 为圆心, 以2.5cm为半径画圆, 则 $\odot C$ 与直线 AB 的位置关系是().



- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不能确定

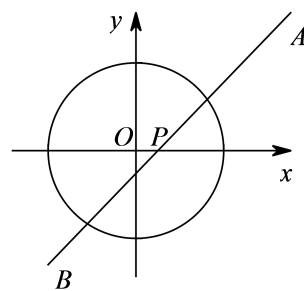
4. 如图, 在平面直角坐标系中, $\odot O$ 的半径为1, 则直线 $y = x - \sqrt{2}$ 与 $\odot O$ 的位置关系是().



- A. 相离 B. 相切
C. 相交 D. 以上三种情况都有可能

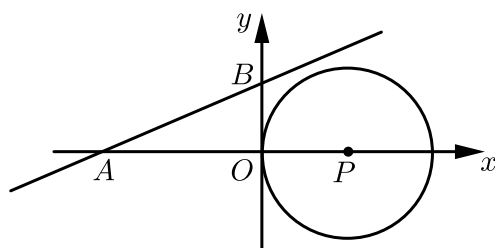
练习2

5. 如图, 在平面直角坐标系中, 已知 $\odot O$ 的半径为1, 动直线 AB 与 x 轴交于点 $P(m,0)$, 直线 AB 与 x 轴夹角为 45° , 若直线 AB 与 $\odot O$ 有公共点, 则 m 的取值范围是().



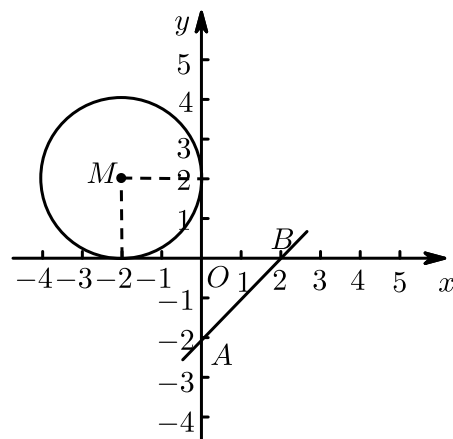
- A. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$ B. $-1 < m < 1$ C. $0 \leq m \leq \sqrt{2}$ D. $-\sqrt{2} \leq m \leq \sqrt{2}$

6. 如图，直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别相交于 A 、 B 两点，圆心 P 的坐标为 $(1, 0)$ ，圆 P 与 y 轴相切于点 O 。若将圆 P 沿 x 轴向左移动，当圆 P 与直线相交时，横坐标为整数的点 P 的个数是 ()。

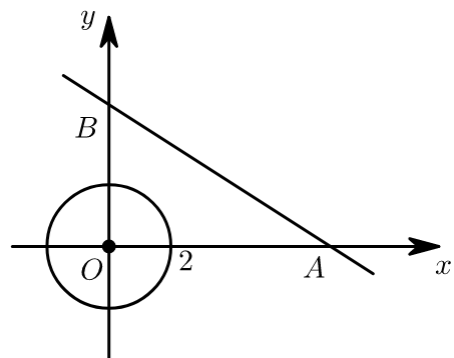


- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

7. 如图， $\odot M$ 的圆心为 $M(-2, 2)$ ，半径为 2，直线 AB 过点 $A(0, -2)$ ， $B(2, 0)$ ，则 $\odot M$ 关于 y 轴对称的 $\odot M'$ 与直线 AB 的位置关系是 _____。



8. 如图，一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + a$ ($a > 0$) 的图象与坐标轴交于 A 、 B 两点，以坐标原点 O 为圆心，半径为 2 的 $\odot O$ 与直线 AB 相离，则 a 的取值范围是 _____。

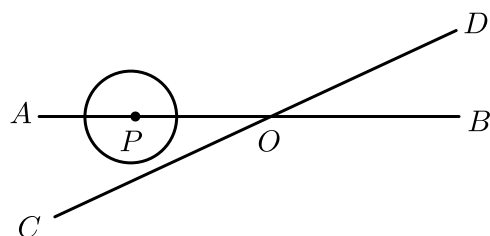


9. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O ， $\angle AOC = 30^\circ$ ，半径为 1cm 的 $\odot P$ 的圆心在直线 AB 上，开始时， $PO = 6\text{cm}$ 。如果 $\odot P$ 以 1cm/s 的速度沿由 A 向 B 的方向移动，那么：

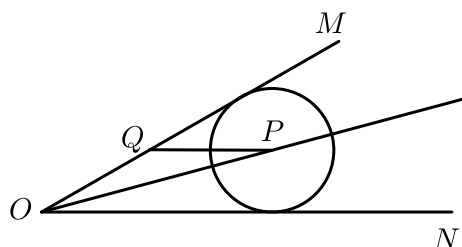
当 $\odot P$ 的运动时间 $t(\text{s})$ 满足条件 _____ 时， $\odot P$ 与直线 CD 相离。

当 $\odot P$ 的运动时间 $t(\text{s})$ 满足条件 _____ 时， $\odot P$ 与直线 CD 相切。

当 $\odot P$ 的运动时间 $t(\text{s})$ 满足条件 _____ 时， $\odot P$ 与直线 CD 相交。



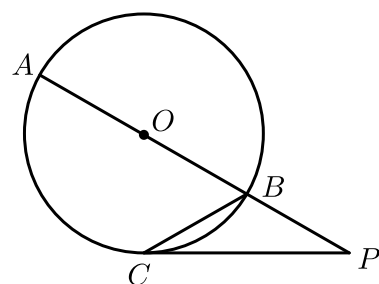
10. 如图， $\angle MON = 30^\circ$ ， OP 是 $\angle MON$ 的角平分线， $PQ \parallel ON$ 交 OM 于点 Q ，以 P 为圆心，半径为 4 的圆与 ON 相切，如果以 Q 为圆心半径为 r 的圆与 $\odot P$ 相交，那么 r 的取值范围是 ()。



- A. $4 < r < 12$ B. $2 < r < 12$ C. $4 < r < 8$ D. $r > 4$

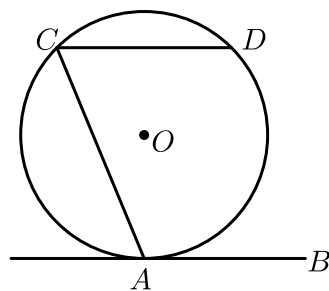
练习3

11. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，延长 AB 至点 P ，使 PB 等于半径 OB ，过点 P 作 $\odot O$ 的切线，切点为 C ，则 $\angle ABC$ 的度数等于 ()。



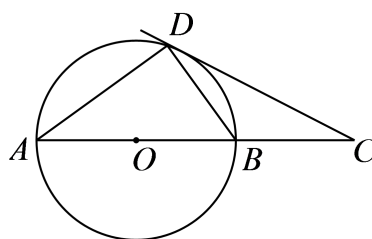
- A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

12. 如图, $\odot O$ 的半径为 5, 直线 AB 与 $\odot O$ 相切于点 A , AC 、 CD 是 $\odot O$ 的两条弦, 且 $CD \parallel AB$, $CD = 6$, 则弦 AC 的长为 () .

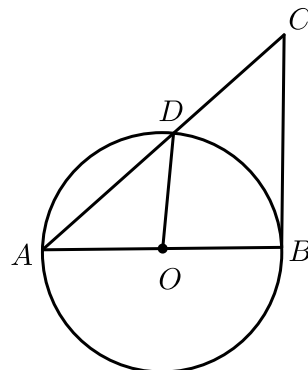


- A. $6\sqrt{2}$ B. $5\sqrt{3}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{10}$

13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 AB 的延长线上, CD 与 $\odot O$ 相切, 切点为 D . 若 $\angle A = 35^\circ$, 则 $\angle C =$ _____ .

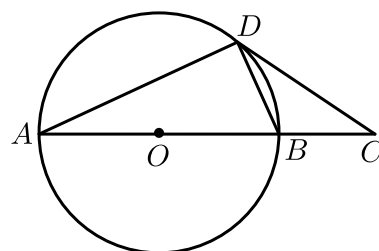


14. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 与 $\odot O$ 相切于点 B , AC 交 $\odot O$ 于点 D , 若 $\angle ACB = 50^\circ$, 则 $\angle BOD$ 等于 () .



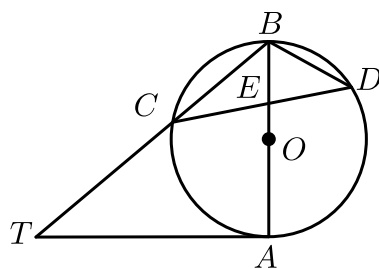
- A. 40° B. 50° C. 60° D. 80°

15. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是 $\odot O$ 的切线, 切点为 D , CD 与 AB 的延长线交于点 C , $\angle A = 30^\circ$, 给出下面 3 个结论: ① $AD = CD$. ② $BD = BC$. ③ $AB = 2BC$, 其中正确结论的个数是 () .

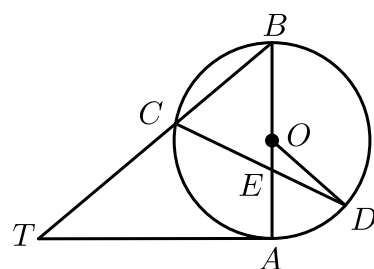


- A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

16. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, AT 是 $\odot O$ 的切线, $\angle ABT = 50^\circ$, BT 交 $\odot O$ 于点 C , E 是 AB 上一点, 延长 CE 交 $\odot O$ 于点 D .

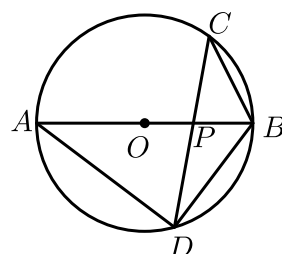


图①



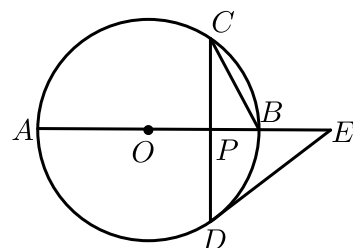
图②

- (1) 如图①, 求 $\angle T$ 和 $\angle CDB$ 的大小.
 (2) 如图②, 当 $BE = BC$ 时, 求 $\angle CDO$ 的大小.
17. 在 $\odot O$ 中, 弦 CD 与直径 AB 相交于点 P , $\angle ABC = 63^\circ$.
- (1) 如图①, 若 $\angle APC = 100^\circ$, 求 $\angle BAD$ 和 $\angle CDB$ 的大小.



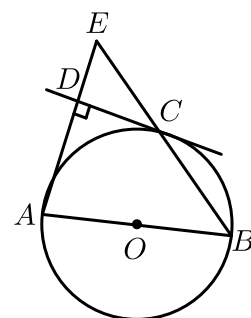
图①

- (2) 如图②, 若 $CD \perp AB$, 过点 D 作 $\odot O$ 的切线, 与 AB 的延长线相交于点 E , 求 $\angle E$ 的大小.



图②

18. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 在 $\odot O$ 上, AD 与过点 C 的切线互相垂直, 垂足为 D . 连接 BC 并延长, 交 AD 的延长线于点 E .



- (1) 求证: $AE = AB$.
 (2) 若 $AB = 10$, $BC = 6$, 求 CD 的长.

19. 在 $\odot O$ 中, AB 为直径, C 为 $\odot O$ 上一点.

(1) 如图1, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 AB 的延长线相交于点 P , 若 $\angle P = 42^\circ$, 求 $\angle CAB$ 的大小.

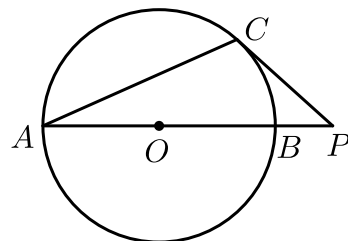


图1

(2) 如图2, D 为 $\widehat{AC}$ 上一点, 且 OD 经过 AC 的中点 E , 连接 DC 并延长, 与 AB 的延长线相交于点 P , 若 $\angle CAB = 10^\circ$, 求 $\angle P$ 的大小.

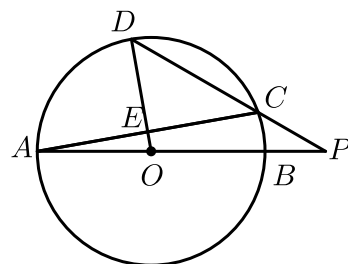
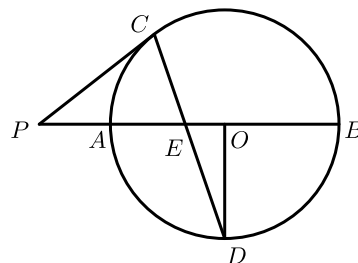


图2

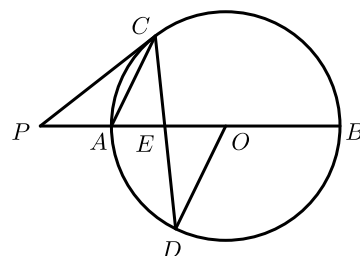
20. 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 CD 与 AB 相交于点 E , 过点 C 作 $\odot O$ 的切线与 BA 的延长线交于点 P , $\angle P = 38^\circ$.

(1) 如图①, 若点 D 为 $\widehat{AB}$ 的中点, 求 $\angle EDO$ 的大小.



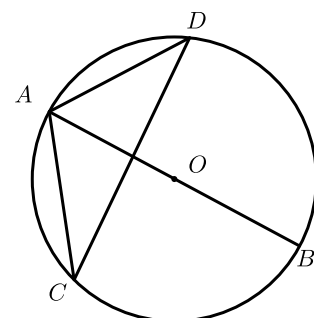
图①

(2) 如图②, 若 $DO \parallel AC$, 求 $\angle EDO$ 的大小.



图②

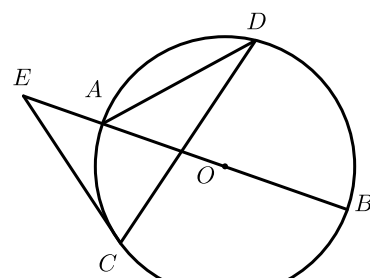
21. 如图, AB 是 $\odot O$ 直径, CD 是 $\odot O$ 的弦, $\angle ADC = 26^\circ$.



图①

(1) 如图①, 求 $\angle CAB$ 的度数.

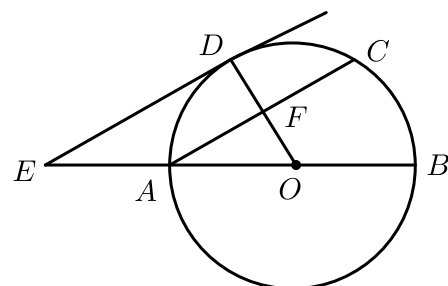
(2) 如图②, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线, 与 BA 的延长线相交于点 E, 求 $\angle E$ 的大小.



图②

练习5

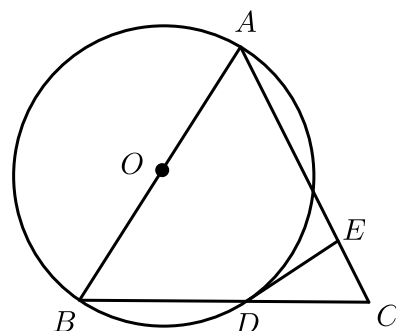
22. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, D 为 $\widehat{AC}$ 的中点, 连接 OD 交弦 AC 于点 F , 过点 D 作 $DE \parallel AC$, 交 BA 的延长线于点 E .



(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 连接 CD , 若 $OA = AE = 4$, 求四边形 $ACDE$ 的面积.

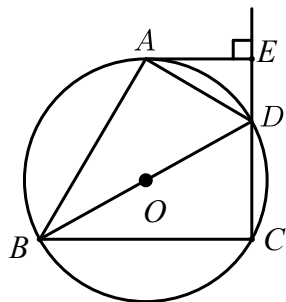
23. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 与 BC 交于点 D , 过 D 作 AC 的垂线, 垂足为 E . 证明:



(1) $BD = DC$.

(2) DE 是 $\odot O$ 切线 .

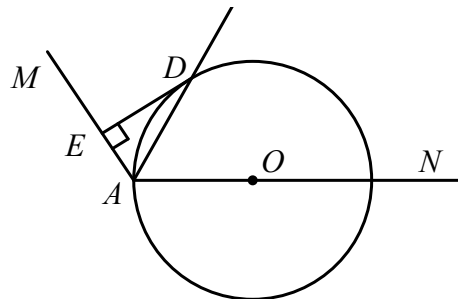
24. 如图 , 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, BD 是 $\odot O$ 的直径 , $AE \perp CD$, 垂足为 E , DA 平分 $\angle BDE$.



(1) 求证 : AE 是 $\odot O$ 的切线 .

(2) 若 $\angle DBC = 30^\circ$, $DE = 1\text{cm}$, 求 BD 的长 .

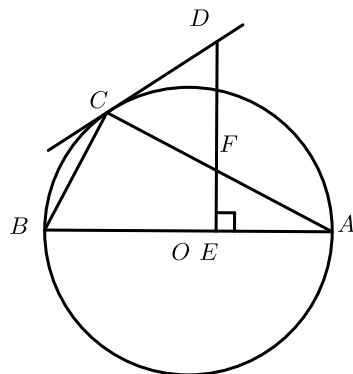
25. 如图 , O 是 $\angle MAN$ 的边 AN 上一点 , 以 OA 为半径作 $\odot O$, 交 $\angle MAN$ 的平分线于点 D , $DE \perp AM$ 于 E .



(1) 求证 : DE 是 $\odot O$ 的切线 .

(2) 连接 OE , 若 $\angle EDA = 30^\circ$, $AE = 1$, 求 OE 的长 .

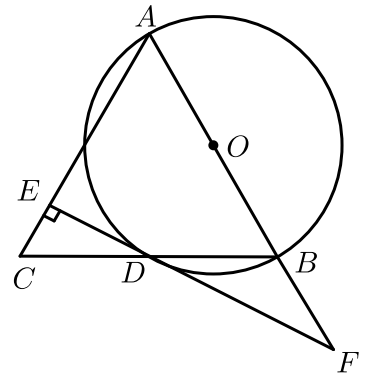
26. 如图 , AB 是 $\odot O$ 的直径 , C 为 $\odot O$ 上一点 , $\angle DCA = \angle B$.



(1) 求证 : CD 是 $\odot O$ 的切线 .

(2) 若 $DE \perp AB$, 垂足为 E , DE 交 AC 于点 F , 求证 : $\triangle DCF$ 是等腰三角形 .

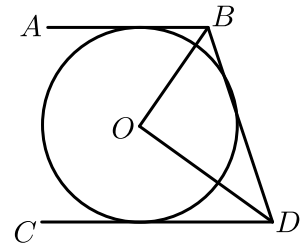
27. 如图 , 在 $\triangle ABC$ 中 , $AB = AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , 过点 D 作 $EF \perp AC$ 于点 E , 交 AB 的延长线于点 F .



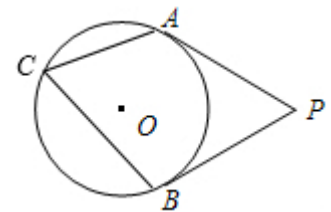
- (1) 求证： EF 是 $\odot O$ 的切线．
 (2) 当 $AB = 5$ ， $BC = 6$ 时，求 DE 的长．

练习6

28. 如图， AB 、 CD 、 BD 都与 $\odot O$ 相切， $AB \parallel CD$ ， $OB = 2$ ， $OD = 3$ ，则 $BD = \underline{\hspace{2cm}}$ ．

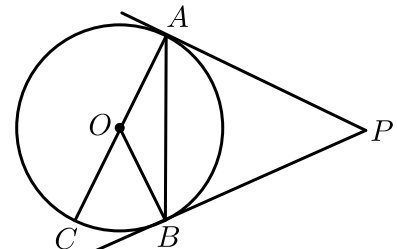


29. 如图， PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线，切点分别为 A 、 B ， C 为 $\odot O$ 上一点，若 $\angle P = 50^\circ$ ，则 $\angle ACB =$ () ．

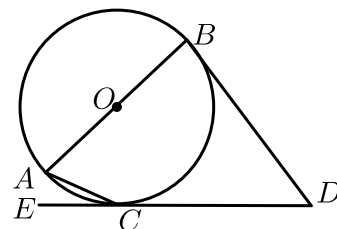


- A. 40° B. 50° C. 65° D. 130°

30. 如图， PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线， A 、 B 为切点， AC 是 $\odot O$ 的直径，若 $\angle BAC = 25^\circ$ ，则 $\angle P =$ 度．

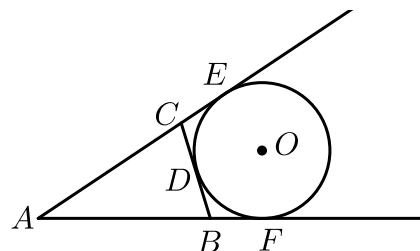


31. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， DB 、 DE 分别切 $\odot O$ 于点 B 、 C ，若 $\angle ACE = 25^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是 () ．



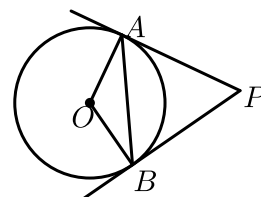
- A. 50° B. 55° C. 60° D. 65°

32. 如图， $\triangle ABC$ 的周长为8， $\odot O$ 与 BC 相切于点 D 、与 AC 的延长线相切于点 E 、与 AB 的延长线相切于点 F ，则 AF 的长为_____.



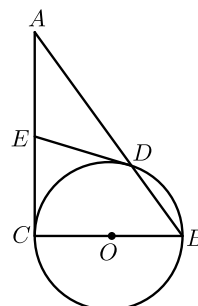
练习7

33. 如图， PA 、 PB 是 $\odot O$ 的切线， A 、 B 为切点， $\angle OAB = 30^\circ$.



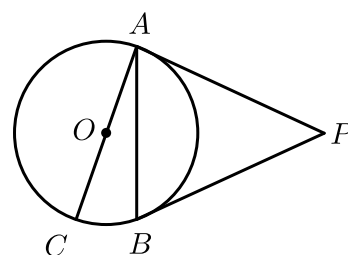
- (1) 求 $\angle APB$ 的度数.
(2) 当 $OA = 3$ 时，求 AP 的长.

34. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以 BC 为直径的 $\odot O$ 交 AB 于点 D ， $\odot O$ 的切线 DE 交 AC 于点 E .



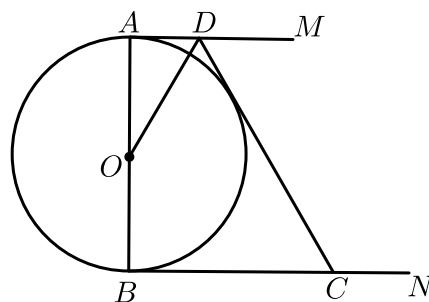
- (1) 求证： E 是 AC 的中点.
(2) 若 $AB = 10$ ， $BC = 6$ ，连接 CD 、 OE ，交点为 F ，求 OF 的长.

35. 如图， PA ， PB 是 $\odot O$ 的切线， A ， B 为切点， AC 是 $\odot O$ 的直径.



- (1) 若 $\angle BAC = 25^\circ$, 求 $\angle P$ 的度数 .
 (2) 若 $\angle P = 60^\circ$, $PA = 2\sqrt{3}$, 求 AC 的长 .

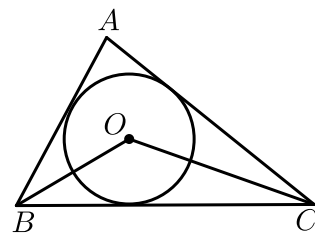
36. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AM 、 BN 分别与 $\odot O$ 相切于点 A 、 B , CD 交 AM 、 BN 于点 D 、 C , DO 平分 $\angle ADC$.



- (1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线 .
 (2) 设 $AD = 4$, $AB = x (x > 0)$, $BC = y (y > 0)$. 求 y 关于 x 的函数解析式 .

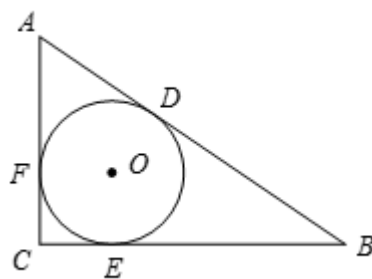
练习8

37. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, 则 $\angle BOC$ 的度数为 () .



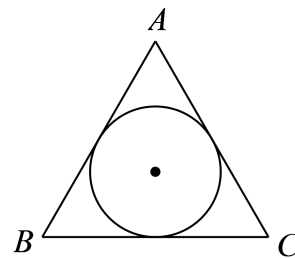
- A. 100° B. 160° C. 80° D. 130°

38. 如图, $\odot O$ 与 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边相切, 切点分别为 D 、 E 、 F , $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8$, $AB = 10$, 则 $\odot O$ 的半径等于 () .



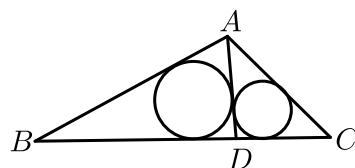
- A. 6 B. 4.8 C. 5 D. 2

39. 如图, 边长为 2 的正三角形的内切圆半径是 () .



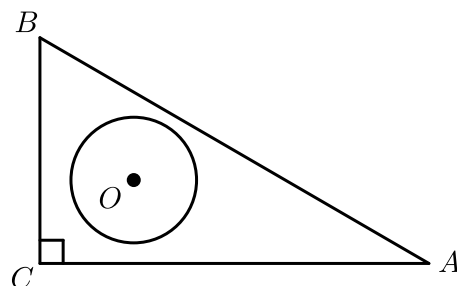
- A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

40. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 4$ ， $AC = \frac{8}{3}$ ，点 D 就是 BC 边上的一点， $BD = 2AD = 2CD$ ，设 $\triangle ABD$ 与 $\triangle ACD$ 的内切圆半径分别为 r_1 ， r_2 ，则 $\frac{r_1}{r_2}$ 的值等于（ ）。



- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{5}{4}$ C. $\frac{4}{3}$ D. 2

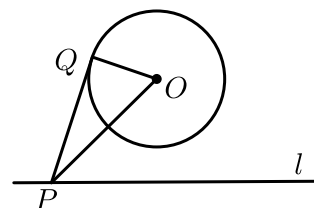
41. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ， O 是 $\triangle ABC$ 的内心，以 O 为圆心， r 为半径的圆与线段 AB 有公共点，则 r 的取值范围是 _____。



二、圆中最值问题

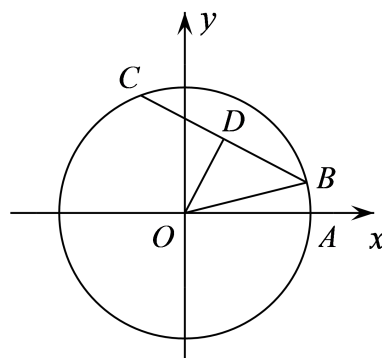
练习9

42. 如图， $\odot O$ 的半径为 2，点 O 到直线 l 的距离为 3，点 P 是直线 l 上的一个动点， PQ 切 $\odot O$ 于点 Q ，则 PQ 的最小值为（ ）。

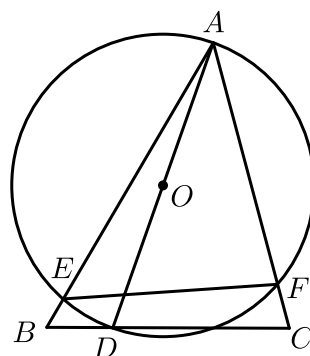


- A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{5}$ C. 3 D. 2

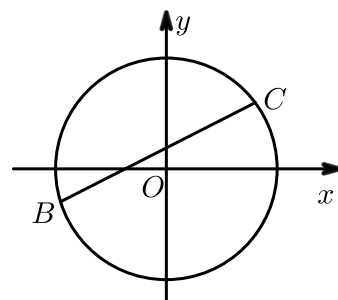
43. 如图所示在平面直角坐标系 xOy 中，以原点 O 为圆心的圆过点 $A(10\sqrt{2}, 0)$ ，直线 $y = kx - 6k + 8$ 与 $\odot O$ 交于 B 、 C 两点，则弦 BC 的长的最小值为 () .



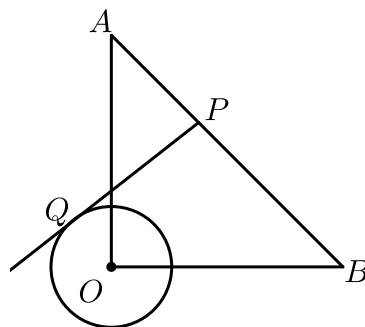
- A. 20 B. 18 C. 16 D. 22
44. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle ACB = 75^\circ$ ，点 D 是 BC 边上一个动点，以 AD 为直径作 $\odot O$ ，分别交 AB 、 AC 于点 E 、 F ，若弦 EF 长度的最小值为 1，则 AB 的长为 () .



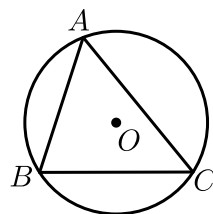
- A. $2\sqrt{2}$ B. $\frac{2}{3}\sqrt{6}$ C. 1.5 D. $\frac{4}{3}\sqrt{3}$
45. 如图，直线 $y = kx - 3k + 4$ 与 $\odot O$ 交于 B 、 C 两点，若 $\odot O$ 的半径为 13，求弦 BC 长度的最小值 .



46. 如图，在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $OA = OB = 4\sqrt{2}$ ， $\odot O$ 的半径为 1，点 P 是 AB 边上的动点，过点 P 作 $\odot O$ 的一条切线 PQ (点 Q 为切点)，切线 PQ 的最小值为 _____ .



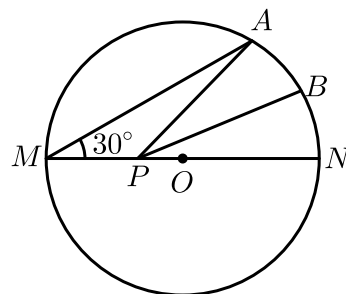
47. 如图，已知 $\odot O$ 的半径2，弦 BC 的长为 $2\sqrt{3}$ ，点 A 的弦 BC 所对优弧上任意一点（ B 、 C 两点除外）。



- (1) 求 $\angle BAC$ 的度数。
(2) 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值。

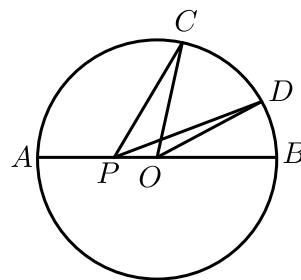
练习10

48. 如图， MN 是 $\odot O$ 的直径， $MN = 2$ ，点 A 在 $\odot O$ 上， $\angle AMN = 30^\circ$ ， B 为弧 AN 的中点， P 为直径 MN 上一动点，则 $PA + PB$ 的最小值为（ ）。



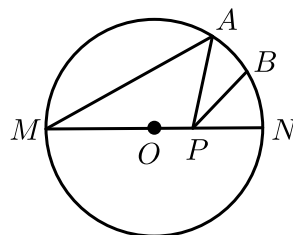
- A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. 1 D. 2

49. 如图，已知 $\odot O$ 的半径是 R ， C ， D 是直径 AB 同侧圆周上的两点，弧 AC 的度数为 96° ，弧 BD 的度数为 36° ，动点 P 在 AB 上，则 $PC + PD$ 的最小值为（ ）。



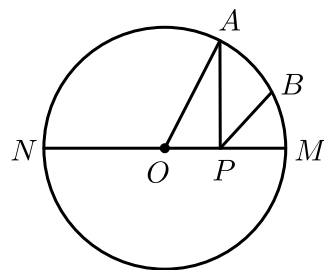
- A. $2R$ B. $\sqrt{3}R$ C. $\sqrt{2}R$ D. R

50. 如图， MN 是 $\odot O$ 的直径， $MN = 2$ ， $\angle AMN = 30^\circ$ ，点 B 为 $\widehat{AN}$ 的中点， P 是直径 MN 上一动点，则 $PA + PB$ 的最小值为 _____。

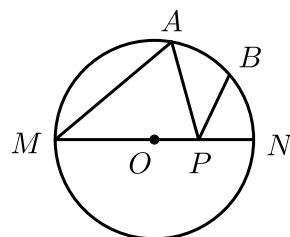


51.

如图，点 A 是半圆上一个三等分点，点 B 是 $\widehat{AM}$ 的中点，点 P 是直径 MN 上一动点，若 $\odot O$ 的半径为 1，则 $AP + BP$ 的最小值是 _____ .

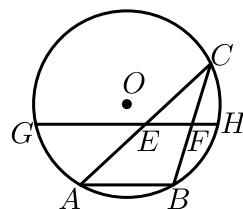


52. 如图， MN 是 $\odot O$ 的直径， $MN = 4$ ， $\angle AMN = 40^\circ$ ，点 B 为弧 AN 的中点，点 P 是直径 MN 上的一个动点，则 $PA + PB$ 的最小值为 _____ .

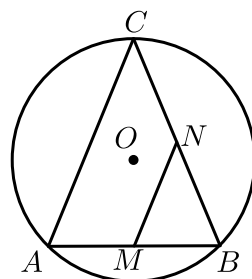


练习11

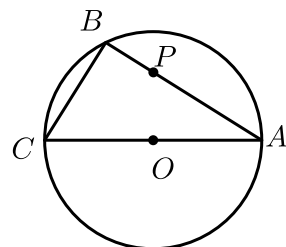
53. 如图， AB 是 $\odot O$ 的一条弦，点 C 是 $\odot O$ 上一动点，且 $\angle ACB = 30^\circ$ ，点 E 、 F 分别是 AC 、 BC 的中点，直线 EF 与 $\odot O$ 交于 G 、 H 两点。若 $\odot O$ 的半径为 7，则 $GE + FH$ 的最大值为 _____ .



54. 如图， AB 为 $\odot O$ 的弦， $AB = 6$ ，点 C 是 $\odot O$ 上的一个动点，且 $\angle ACB = 45^\circ$ ，若点 M 、 N 分别是 AB 、 BC 的中点，则 MN 长的最大值是 _____ .

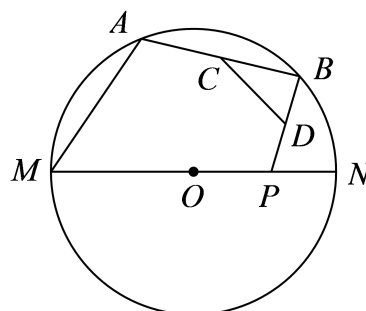


55. 如图， P 为 $\odot O$ 内一定点， A 为 $\odot O$ 上一个动点，射线 AP 、 AO 分别与 $\odot O$ 交于 B 、 C 两点。若 $\odot O$ 的半径长为 3， $OP = \sqrt{3}$ ，则弦 BC 的最大值为 () .



- A. $2\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{6}$ D. $3\sqrt{2}$

56. 如图，点 P 在 $\odot O$ 的直径 MN 上运动， A 、 B 是同一个半圆上的两点， C 、 D 分别是 AB 、 BP 的中点，已知 $MN = 5$ ， $AM = 3$ ，那么 CD 的最小值等于 () .



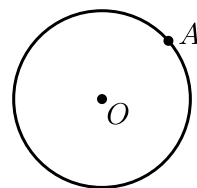
- A. $\frac{12}{5}$ B. $\frac{5}{6}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{3}{2}$

练习12

57. 已知点 P 到圆上各点的最大距离为 5，最小距离为 1，则圆的半径为 () .

- A. 2或3 B. 3 C. 4 D. 2或4

58. 如图， $\odot O$ 的半径是 5，点 A 在 $\odot O$ 上， P 是 $\odot O$ 所在平面内一点，且 $AP = 2$ ，过点 P 作直线 l ，使 $l \perp PA$.



(1) 点 O 到直线 l 距离的最大值为 _____ .

(2) 若 M ， N 是直线 l 与 $\odot O$ 的公共点，则当线段 MN 的长度最大时， OP 的长为 _____ .

59. 如图，已知 A 、 B 两点的坐标分别为 $(-2, 0)$ 、 $(0, 1)$ ， $\odot C$ 的圆心坐标为 $(0, -1)$ ，半径为 1， E 是 $\odot C$ 上一动点，则 $\triangle ABE$ 面积的最大值为 () .

